

EJERCICIOS RESUELTOS PROPIEDADES GLOBALES DE LAS FUNCIONES

Cuestión 1.-

Averigua cuál es el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{3x - x^2}$

b) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

Solución:

a) $3x - x^2 = 0 \Rightarrow x(3 - x) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{0, 3\}$

b) $x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

Cuestión 2.-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x^2 - 9}$

b) $y = \sqrt{x - 2}$

Solución:

a) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$

b) $x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \rightarrow \text{Dominio} = [2, +\infty)$

Cuestión 3.-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{2x}{(x - 3)^2}$

b) $y = \frac{1}{\sqrt{x - 2}}$

Solución:

a) $(x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{3\}$

b) $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \rightarrow \text{Dominio} = (2, +\infty)$

Cuestión 4.-

Halla el dominio de definición de las funciones siguientes:

a) $y = \frac{1}{x^2 + 1}$

b) $y = \frac{x + 1}{\sqrt{x}}$

Solución:

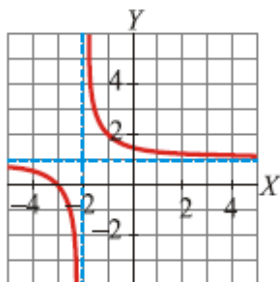
a) $x^2 + 1 \neq 0$ para todo $x \in \mathbf{R} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R}$

b) $x > 0 \rightarrow \text{Dominio} = (0, +\infty)$

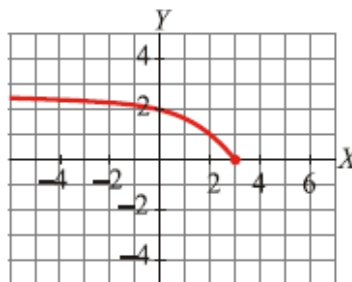
Cuestión 5.-

Observando su gráfica, indica cuál es el dominio de definición de estas funciones:

a)



b)



Solución:

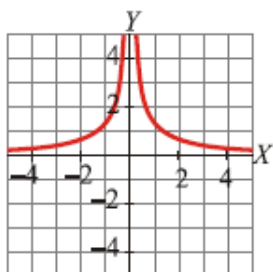
a) Dominio = $\mathbf{R} - \{-2\}$

b) Dominio = $(-\infty, 3]$

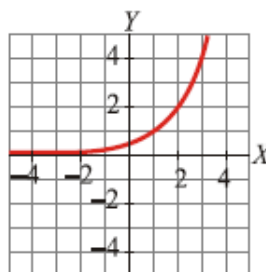
Cuestión 6.-

Averigua el dominio de definición de las siguientes funciones, a partir de sus gráficas:

a)



b)



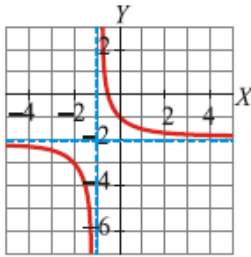
Solución:

a) Dominio = $\mathbf{R} - \{0\}$

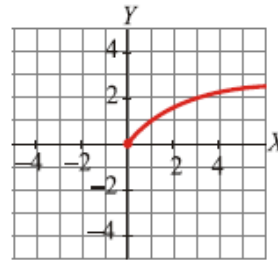
b) Dominio = \mathbf{R}

A partir de la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición:

a)



b)



Solución:

a) Dominio = $\mathbf{R - \{-1\}}$

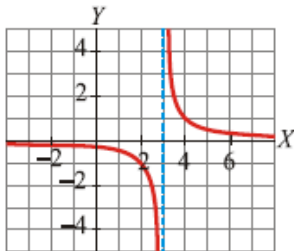
b) Dominio = $\mathbf{[0, +\infty)}$

Cuestión 7.-

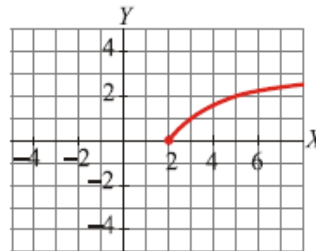
Cuestión 8.-

A partir de la gráfica de las siguientes funciones, indica cuál es su dominio de definición:

a)



b)



Solución:

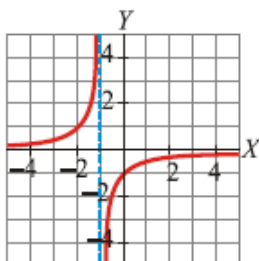
a) Dominio = $\mathbf{R - \{3\}}$

b) Dominio = $\mathbf{[2, +\infty)}$

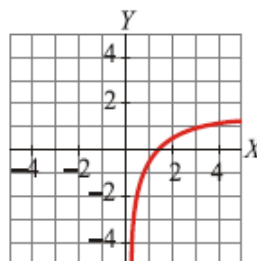
Cuestión 9.-

Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición:

a)



b)



Solución:

a) Dominio = $\mathbf{R - \{-1\}}$

b) Dominio = $\mathbf{(0, +\infty)}$

Cuestión 10.-

Asocia a cada gráfica su ecuación:

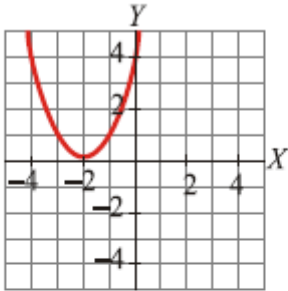
a) $y = -3x + 5$

b) $y = (x + 2)^2$

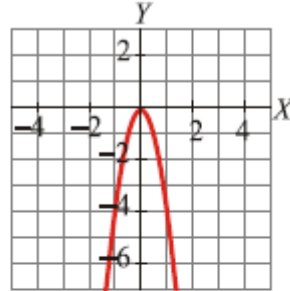
c) $y = -\frac{5}{3}x$

d) $y = -4x^2$

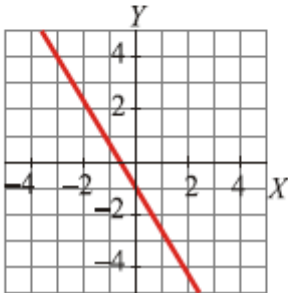
I)



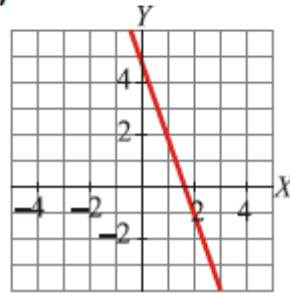
II)



III)



IV)



Solución:

a) IV

b) I

c) III

d) II

Cuestión 11.-

Asocia a cada una de estas gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

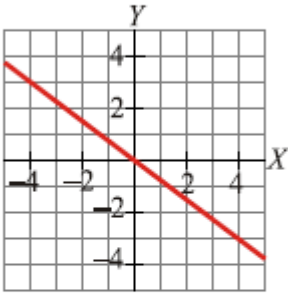
a) $y = \frac{-3x^2}{4}$

b) $y = \frac{-3x}{4}$

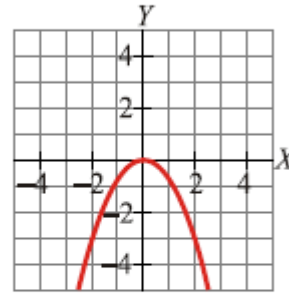
c) $y = 2x^2 - 2$

d) $y = 2x - 2$

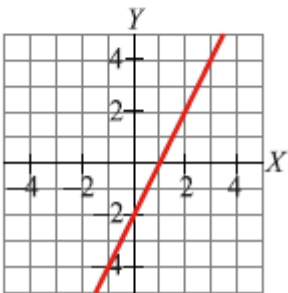
I)



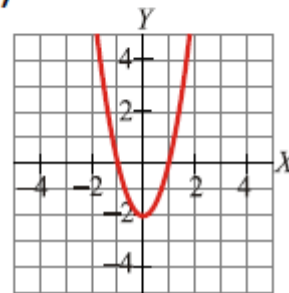
II)



III)



IV)



Solución:

- a) II
- b) I
- c) IV
- d) III

Cuestión 12.-

Asocia a cada una de estas gráficas su ecuación:

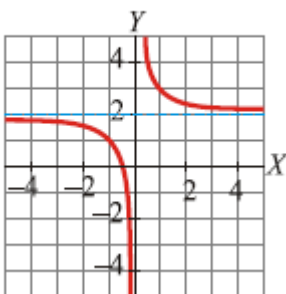
a) $y = \frac{1}{x-4}$

b) $y = \sqrt{2x}$

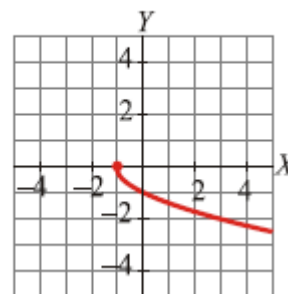
c) $y = \frac{1}{x} + 2$

d) $y = -\sqrt{x+1}$

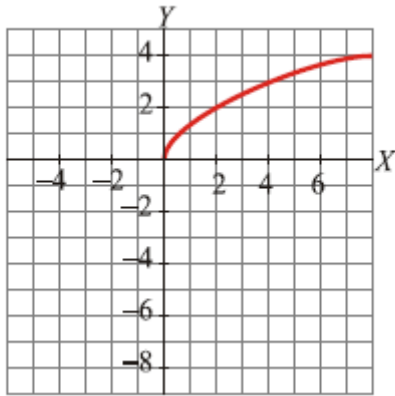
I)



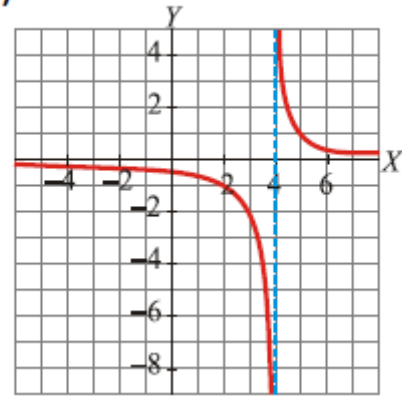
II)



III)



IV)



Solución:

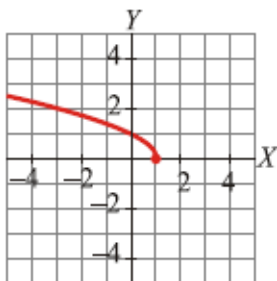
- a) IV
- b) III
- c) I
- d) II

Cuestión 13.-

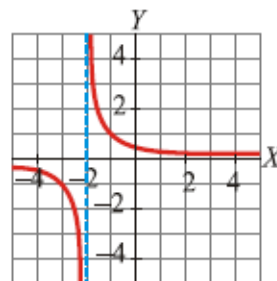
Asocia cada ecuación con su correspondiente gráfica:

- a) $y = \frac{1}{x+2}$
- b) $y = \sqrt{x+1}$
- c) $y = \frac{1}{x-2}$
- d) $y = \sqrt{1-x}$

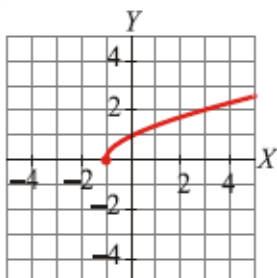
I)



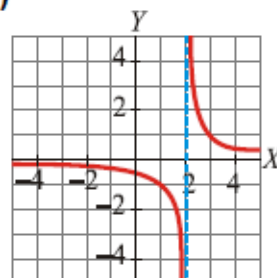
II)



III)



IV)



Solución:

- a) II
- b) III
- c) IV
- d) I

Cuestión 14.-

Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:

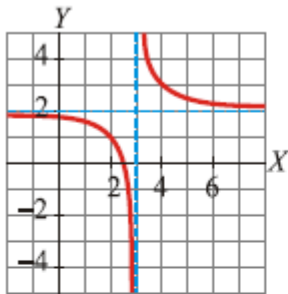
a) $y = \frac{1}{x} - 3$

b) $y = \sqrt{x-3}$

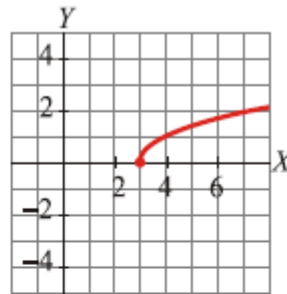
c) $y = \frac{1}{x-3} + 2$

d) $y = \sqrt{x+3}$

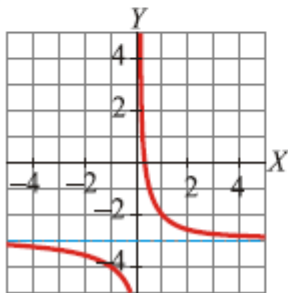
I)



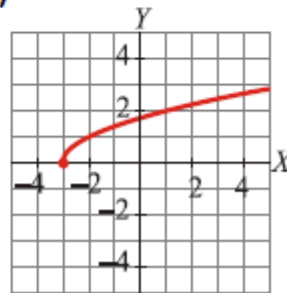
II)



III)



IV)



Solución:

a) III

b) II

c) I

d) IV

Cuestión 15.-

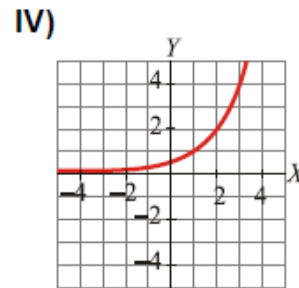
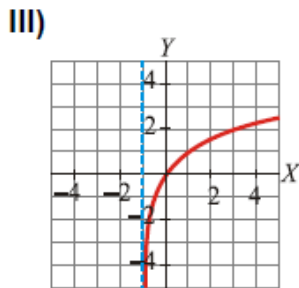
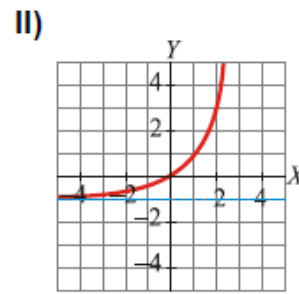
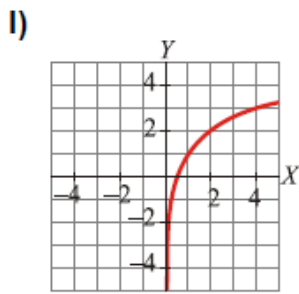
Asocia a cada una de las siguientes gráficas su correspondiente ecuación:

a) $y = 2^{x-1}$

b) $y = 2^x - 1$

c) $y = \log_2(x+1)$

d) $y = 1 + \log_2 x$



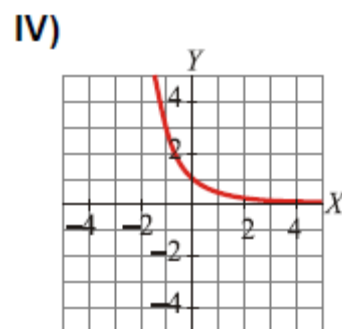
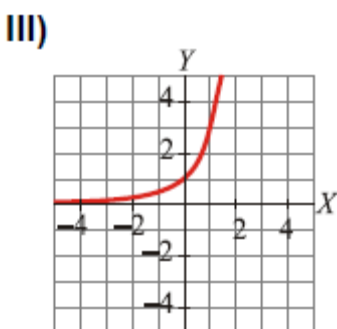
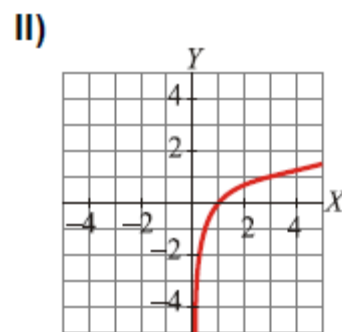
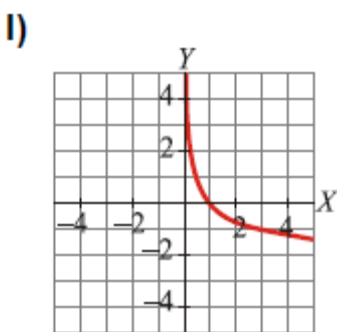
Solución:

- a) IV
- b) II
- c) III
- d) I

Cuestión 16.-

Asocia cada una de las siguientes gráficas con su expresión analítica:

- a) $y = 3^x$
- b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
- c) $y = \log_3 x$
- d) $y = \log_{1/3} x$

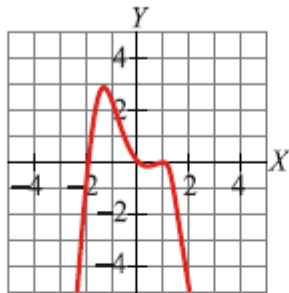


Solución:

- a) III
- b) IV
- c) II
- d) I

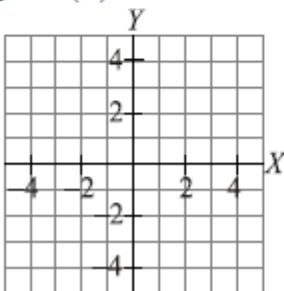
Cuestión 17.-

La siguiente gráfica es la de $y = f(x)$.

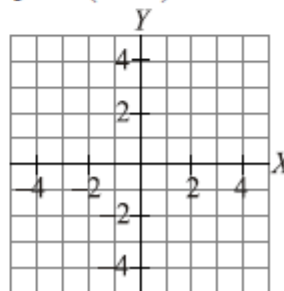


Representa, a partir de ella, las funciones:

a) $y = f(x) + 1$

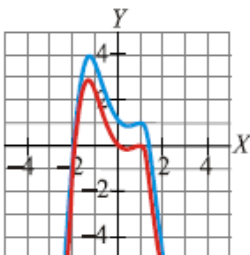


b) $y = f(x + 1)$

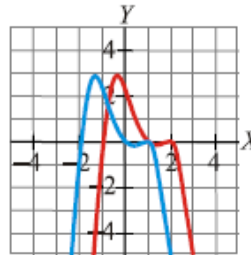


Solución:

a)



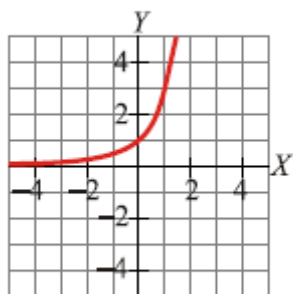
b)



(La gráfica de $f(x)$ no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

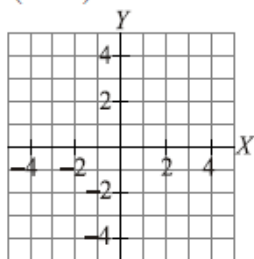
Cuestión 18.-

Esta es la gráfica de la función $y = f(x)$.

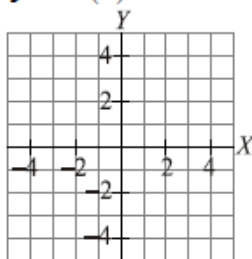


Representa, a partir de ella, las funciones:

a) $f(x - 2)$

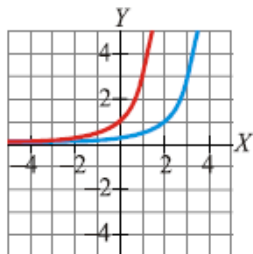


b) $y = -f(x)$

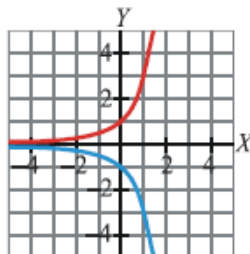


Solución:

a)



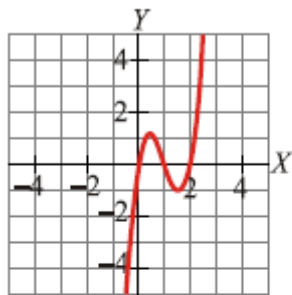
b)



(La gráfica de $f(x)$ no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

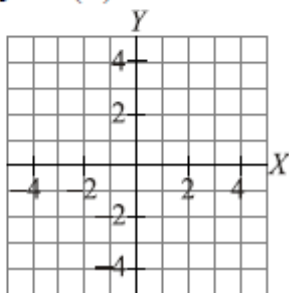
Cuestión 19.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$

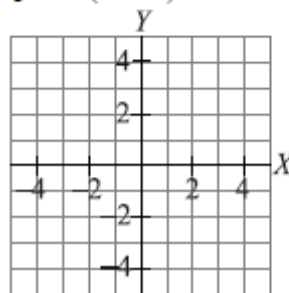


A partir de ella, representa:

a) $y = f(x) - 3$

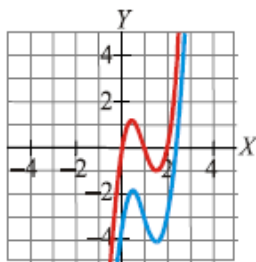


b) $y = f(x + 2)$

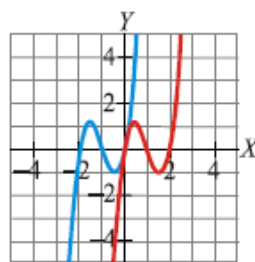


Solución:

a)



b)



(La gráfica de $f(x)$ no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

Cuestión 20.-

Dadas las siguientes funciones : $f(x) = \frac{-3x+2}{4}$ y $g(x) = x^2 + 1$, halla :

- a) $(f \circ g)(x)$
- b) $(g \circ g)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x^2 + 1] = \frac{-3(x^2 + 1) + 2}{4} = \frac{-3x^2 - 3 + 2}{4} = \frac{-3x^2 - 1}{4}$

b) $(g \circ g)(x) = g[g(x)] = g[x^2 + 1] = (x^2 + 1)^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 + 1 = x^4 + 2x^2 + 2$

Cuestión 21.-

Considera las funciones f y g definidas por:

$$f(x) = \frac{x+1}{3} \text{ y } g(x) = x^2 - 1$$

Calcula:

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x^2 - 1] = \frac{x^2 - 1 + 1}{3} = \frac{x^2}{3}$

b) $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g\left[\frac{x+1}{3}\right] = \left(\frac{x+1}{3}\right)^2 - 1 = \frac{x^2 + 2x + 1}{9} - 1 = \frac{x^2 + 2x + 1 - 9}{9} = \frac{x^2 + 2x - 8}{9}$

Cuestión 22.-

Las funciones f y g están definidas por $f(x) = \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = x + 1$. Calcula:

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ g \circ f)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x + 1] = \frac{(x+1)^2}{3} = \frac{x^2 + 2x + 1}{3}$

b) $(g \circ g \circ f)(x) = g[g[f(x)]] = g\left[g\left(\frac{x^2}{3}\right)\right] = g\left(\frac{x^2}{3} + 1\right) = \frac{x^2}{3} + 1 + 1 = \frac{x^2}{3} + 2$

Cuestión 23.-

Sabiendo que $f(x) = x - x^2$ y $g(x) = \text{sen } x$, halla:

a) $(g \circ f)(x)$

b) $(g \circ g)(x)$

Solución:

a) $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g[x - x^2] = \text{sen}(x - x^2)$

b) $(g \circ g)(x) = g[g(x)] = g[\text{sen } x] = \text{sen}(\text{sen } x)$

Cuestión 24.-

Dadas las funciones $f(x) = 2x^2 - 1$ y $g(x) = \sqrt{x}$, calcula:

- a) $(f \circ g)(x)$
- b) $(g \circ f)(x)$

Solución:

- a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[\sqrt{x}] = 2(\sqrt{x})^2 - 1 = 2x - 1$
- b) $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g[2x^2 - 1] = \sqrt{2x^2 - 1}$

Cuestión 25.-

Las funciones f y g están definidas por:

$$f(x) = \frac{x-1}{3} \quad \text{y} \quad g(x) = \sqrt{x}.$$

Explica cómo, a partir de ellas, por composición, podemos obtener:

$$p(x) = \sqrt{\frac{x-1}{3}} \quad \text{y} \quad q(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{3}$$

Solución:

$$p(x) = (g \circ f)(x) \quad \text{y} \quad q(x) = (f \circ g)(x)$$

Cuestión 26.-

Explica cómo se pueden obtener por composición las funciones $p(x)$ y $q(x)$ a partir de $f(x)$ y $g(x)$, siendo:

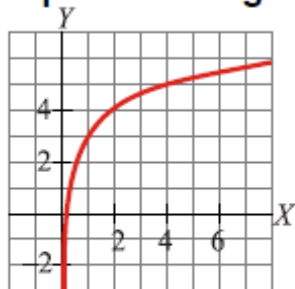
$$f(x) = 2x - 3, \quad g(x) = \sqrt{x-2}, \quad p(x) = 2\sqrt{x-2} - 3 \quad \text{y} \quad q(x) = \sqrt{2x-5}$$

Solución:

$$p(x) = (f \circ g)(x) \quad \text{y} \quad q(x) = (g \circ f)(x)$$

Cuestión 27.-

A partir de la gráfica de $y = f(x)$:



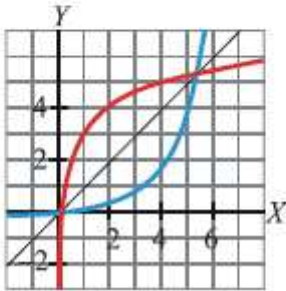
- a) Calcula $f^{-1}(3)$ y $f^{-1}(5)$.

b) Representa, en los mismos ejes, $f^{-1}(x)$.

Solución:

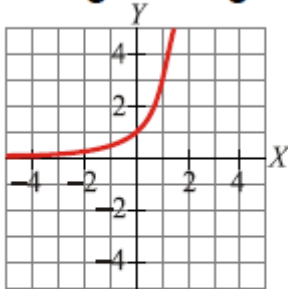
- a) $f^{-1}(3) = 1$ porque $f(1) = 3$
 $f^{-1}(5) = 4$ porque $f(4) = 5$

b)



Cuestión 28.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$:

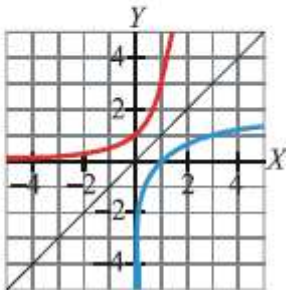


- a) Calcula $f^{-1}(3)$ y $f^{-1}(1)$
 b) Representa, en los mismos ejes, $f^{-1}(x)$ a partir de la gráfica de $f(x)$.

Solución:

- a) $f^{-1}(3) = 1$ porque $f(1) = 3$
 $f^{-1}(1) = 0$ porque $f(0) = 1$

b)



Cuestión 29.-

Calcula $f^{-1}(x)$, sabiendo que :

$$f(x) = \frac{-x+3}{2}$$

Solución:

Cambiamos x por y , y despejamos la y :

$$x = \frac{-y+3}{2} \Rightarrow 2x = -y+3 \Rightarrow y = 3-2x$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = 3-2x$$

Cuestión 30.-

Calcula la función inversa de:

$$f(x) = \frac{-2x-1}{5}$$

Solución:

Cambiamos x por y , y despejamos la y :

$$x = \frac{-2y-1}{5} \Rightarrow 5x = -2y-1 \Rightarrow 2y = -5x-1 \Rightarrow y = \frac{-5x-1}{2}$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{-5x-1}{2}$$

Cuestión 31.-

Obtén la función inversa de:

$$f(x) = \frac{2-3x}{4}$$

Solución:

Cambiamos x por y y despejamos la y :

$$x = \frac{2-3y}{4} \Rightarrow 4x = 2-3y \Rightarrow 3y = 2-4x \Rightarrow y = \frac{2-4x}{3}$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{2-4x}{3}$$

Cuestión 32.-

Halla la función inversa de:

$$f(x) = \frac{2x-1}{3}$$

Solución:

Cambiamos x por y , y despejamos la y :

$$x = \frac{2y-1}{3} \Rightarrow 3x = 2y-1 \Rightarrow 3x+1 = 2y \Rightarrow \frac{3x+1}{2} = y$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{2}$$

Cuestión 33.-

Halla la inversa de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{-2+7x}{3}$$

Solución:

Cambiamos x por y y despejamos la y :

$$x = \frac{-2+7y}{3} \Rightarrow 3x = -2+7y \Rightarrow 3x+2 = 7y \Rightarrow \frac{3x+2}{7} = y$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{7}$$