



Nombre y apellidos:

Fecha: 23-05-2016

**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

### OPCIÓN A

1. Sea  $f:(0,2) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} \ln(x) & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \ln(2-x) & \text{si } 1 < x < 2 \end{cases}$

siendo  $\ln$  la función logaritmo neperiano.

a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de  $f$  en el punto  $x=1$

b) [1,5 puntos] Calcula  $\int_1^{1,5} f(x) dx$

2. [2,5 puntos] Se divide un segmento de longitud  $L = 20$  cm en dos trozos. Con uno de los trozos se forma un cuadrado y con el otro un rectángulo en el que la base es el doble de la altura. Calcula la longitud de cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.

3. Considera el sistema de ecuaciones con tres incógnitas 
$$\begin{cases} x - y = \lambda \\ 2\lambda y + \lambda z = \lambda \\ -x - y + \lambda z = 0 \end{cases}$$

a) [1,25 puntos] Clasifícalo según los valores de  $\lambda$ .

b) [1,25 puntos] Resuelve el sistema anterior para  $\lambda = 0$  y  $\lambda = -1$

4. Dada la recta  $r$  definida por  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$

a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a  $r$ .

b) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y es perpendicular a  $r$ .



Nombre y apellidos:

Fecha: 23-05-2016

**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

## OPCIÓN B

1. Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^2|x-3|$

- a) [1 punto] Estudia la continuidad y derivabilidad de  $f$ .
- b) [1,5 puntos] Estudia el crecimiento y decrecimiento de  $f$ . Calcula sus extremos relativos (abcisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

2.

- a) [2 puntos] Determina la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f'(x) = (2x+1)e^{-x}$  y su gráfica pase por el origen de coordenadas.
- b) [0,5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x=0$

3. Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$

- a) [0,75 puntos] Halla  $A^{-1}$
- b) [1,25 puntos] Calcula la matriz  $X$  que satisface  $AX = B^t C$  ( $B^t$  es la matriz traspuesta de  $B$ )
- c) [0,5 puntos] Halla el determinante de  $A^{2016} B^t B (A^{-1})^{2016}$

4. Considera las rectas  $r$  y  $s$  dadas por  $r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$  y  $s \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z - 5 = 0 \end{cases}$

- a) [1 punto] Determina la posición relativa de  $r$  y  $s$ .
- b) [1,5 puntos] Calcula la distancia entre  $r$  y  $s$ .