UNIDAD 05. FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL

DEFINICIÓN Y FORMAS DE EXPRESIÓN DE UNA FUNCIÓN C-05-01

1.
a) En el eje X, años, y en el eje Y número de largometrajes.

b) Entre 1999 y 2009.

c) OX de uno en uno, OY de 20 en 20

d) El número total de producciones ha pasado de, aproximadamente 80 a 185 (una variación de más 105), el número de Coproducciones ha pasado de 40 a 50 y las íntegramente españolas de 40 a unas 135.

e) 110 de 150 (73,3%)

Este porcentaje ha aumentado a lo largo de estos años. Tiende al 100%.

f) En 1999 la producción de coproducciones prácticamente fue la misma que de producciones íntegramente españolas.

En 2002 hubo un aumento significativo tanto en coproducciones como en producciones íntegramente españolas.

g) El número de producciones íntegramente españolas tiende a crecer y el de coproducciones tiende a estancarse.

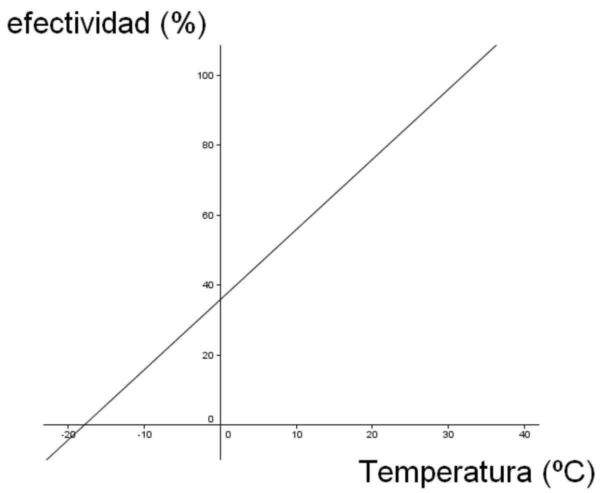
2.

a)

Temperatura (ºC)	32	31	30	…
Efectividad (%)	100	98	96	…

b) $y = 2x + 36$

c)



3.

$$\mathrm{P}(l) = l \cdot (3 - l)$$

$$\mathrm{d}(l) = \sqrt{l^2 + (3 - l)^2}$$

4.

Llamando *x* al lado horizontal: $\mathrm{C}(x) = \dfrac{100}{x} + 60x$

Si llamamos *x* al lado vertical: $\mathrm{C}(x) = \dfrac{120}{x} + 50x$

5. Llamando h a la altura del depósito y r al radio, tenemos que:

$$2\left(\pi \cdot r^2\right) + (2 \cdot \pi \cdot r) \cdot h = 4 \rightarrow h = \frac{4 - 2\left(\pi \cdot r^2\right)}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{2 - \pi \cdot r^2}{\pi \cdot r}$$

Con lo que:

$$\mathrm{V}(r) = \pi \cdot r^2 \left(\frac{2 - \pi \cdot r^2}{\pi \cdot r \cdot h}\right) = 2r - \pi \cdot r^3$$

DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN **C-05-02**

1.

a) Dom f $= \mathbb{R} - \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$

b) Dom f $= \mathbb{R} - \{0, 3\}$

c) Dom f $= \mathbb{R} - \left\{3, -\dfrac{5}{2}\right\}$

d) Dom f $= \left[\dfrac{5}{3}, \infty\right)$

e) Dom f $= [-1, 3]$

f) Dom f $= (-1, +\infty)$

2.

a) Dom f $= \mathbb{R} - \{1\}$, Im f $= \mathbb{R} - \{0\}$

b) Dom f $= [2, +\infty)$, Imf $= [0, +\infty)$

c) Dom f $= (-5, 5)$, Im f $= [1, +\infty)$

3.

a) Dom $\text{f} = [0\,,100]$

b) Dom $\text{f} = (0\,,\cdots 10]$

c) Dom $\text{f} = [0\,,+\infty)$

d) Dom $\text{f} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$

4. Dom $\text{f} = [-18\,,32]$, Im $\text{f} = [0\,,100]$

OPERACIONES CON FUNCIONES C-05-03

1.

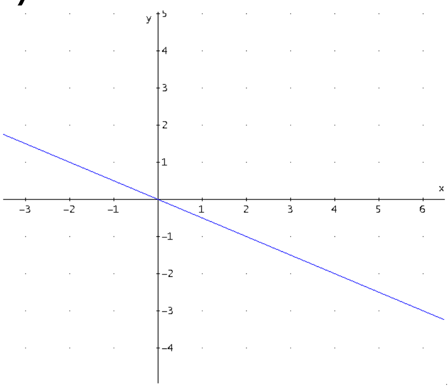
a) $\left(\frac{\text{f}}{\text{g}}\right)(x) = \frac{5x-3}{x}$

b) $(\text{f}+\text{g})(x) = \frac{2x+1}{x^2-1}$

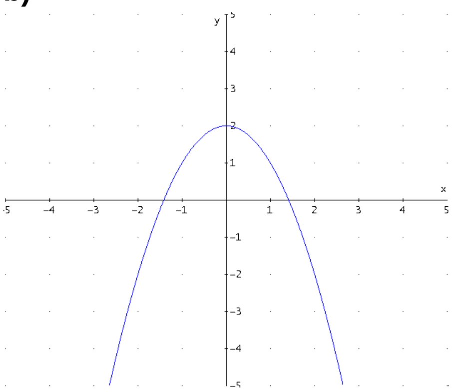
c) $(\text{f}-\text{g})(x) = 5x-1$

2.

a)



b)



3. $\text{B}(x) = \text{I}(x) - 12 \cdot \text{G}(x) - 700000 = -16x^2 + 24000x - 700000$

4.

a) $\mathrm{CM}(x) = \dfrac{\mathrm{C}(x)}{x} = \dfrac{0{,}1x^2 + 20x + 2500}{x}$

b) $\mathrm{I}(x) = 80x$

c) $\mathrm{B}(x) = \mathrm{I}(x) - \mathrm{C}(x) = 80x - \left(0{,}1x^2 + 20x + 2500\right) = -0{,}1x^2 + 60x - 2500$

COMPOSICIÓN DE FUNCIONES. FUNCIÓN INVERSA C-05-04

1.

a) $(\mathrm{f} \circ \mathrm{g})(x) = \mathrm{f}(\mathrm{g}(x)) = \left(\dfrac{x}{x-1}\right)^2 + 2\left(\dfrac{x}{x-1}\right) = \dfrac{3x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

b) $(\mathrm{g} \circ \mathrm{f})(x) = \mathrm{g}(\mathrm{f}(x)) = \dfrac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x - 1}$

c) $(\mathrm{f} \circ \mathrm{f})(x) = \mathrm{f}(\mathrm{f}(x)) = \left(x^2 + 2x\right)^2 + 2\left(x^2 + 2x\right) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x$

d) $(\mathrm{g} \circ \mathrm{g})(x) = \mathrm{g}(\mathrm{g}(x)) = \dfrac{\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x}{x-1} - 1} = \dfrac{\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{1}{x-1}} = x$

2.

a), b) y **d)** En estos casos: $\mathrm{f}^{-1}(x) = \mathrm{g}(x)$.

c) No es porque $(\mathrm{f} \circ \mathrm{g})(x) = -\dfrac{1}{x} \neq x$.

3.

a) $\mathrm{f}^{-1}(x) = \dfrac{2-3x}{5}$

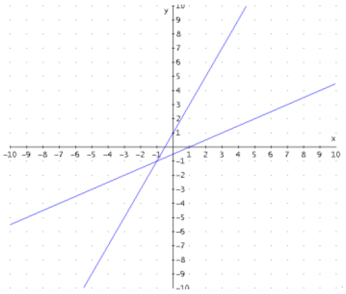
b) No tiene inversa.

c) $\mathrm{f}^{-1}(x) = \dfrac{x}{1-x}$

d) $\mathrm{f}^{-1}(x) = \dfrac{2x-1}{x}$

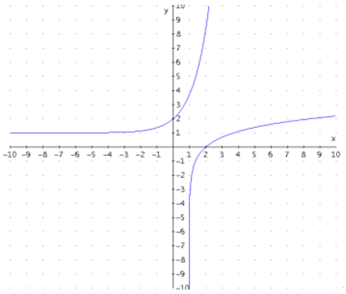
4.

a)



b) No tiene inversa.

c)



VOCABULARIO MATEMÁTICO C-05-05

1. Porque un mismo punto no da como imagen un único valor

2.

a) El dominio es el conjunto de los números reales.

El dominio es el conjunto de los números reales salvo los puntos que anulan el denominador.

b)

c) El domino es el conjunto de soluciones de la inecuación **radicando** ≥ **0**.

d) El dominio es el conjunto de soluciones de la inecuación **característica > 0.**

3.

a) $\mathrm{Dom}\ \mathrm{f}+\mathrm{g}=\{x\in\mathbb{R}/x\in\mathrm{Dom}\,\mathrm{f}\cap\mathrm{Dom}\,\mathrm{g}\}$

b) $\mathrm{Dom}\,\mathrm{f}\cdot\mathrm{g}=\{x\in\mathbb{R}/x\in\mathrm{Dom}\,\mathrm{f}\cap\mathrm{Dom}\,\mathrm{g}\}$

c) $\mathrm{Dom}\dfrac{\mathrm{f}}{\mathrm{g}}=\{x\in\mathbb{R}/x\in\mathrm{Dom}\,\mathrm{f}\cap\mathrm{Dom}\,\mathrm{g}\ y\ \mathrm{g}(x)\neq 0\}$

d) $\mathrm{Dom}\,\mathrm{f}\circ\mathrm{g}=\{x\in\mathrm{Dom}\ \mathrm{g}/\mathrm{g}(x)\in\ \mathrm{Dom}\ \mathrm{f}\ \}$

4.

	$g(x)=2x-3$		$f(x)=\frac{x}{x+1}$	
2	$\rightarrow$	1	$\rightarrow$	$\frac{1}{2}$
–3	$\rightarrow$	–9	$\rightarrow$	$\frac{9}{8}$
x	$\rightarrow$	$2x-3$	$\rightarrow$	$\frac{2x-3}{2x-2}$

Por lo que $(f\circ g)(2)=\frac{1}{2}$, $(f\circ g)(-3)=\frac{9}{8}$ y $(f\circ g)(x)=\frac{2x-3}{2x-2}$.

5. Una es la inversa de la otra.

6. Debería ser inyectiva, es decir, si $f(x_1)=f(x_2)\rightarrow x_1=x_2$, pero no lo es. Hay valores de la imagen que se pueden obtener a partir de puntos distintos del dominio.

7. Es coherente, porque gráficamente la función inversa de la función de la actividad 7 daría como resultado la gráfica descrita en la actividad 1, pero esta no es una función.

